

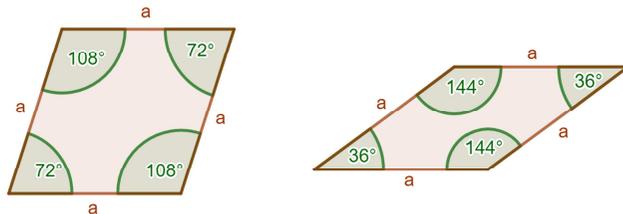
Problem des Monats  
Fachschaft  
Mathematik



**Problem des Monats Januar 2021 / Abgabetermin: 12.02.2021**

Dieses Jahr hat Sir Roger Penrose den Physik-Nobelpreis erhalten – er hat aber auch in der Mathematik viele spannende Dinge erforscht. Er hat sich z.B. mit dem Parkettieren von Flächen beschäftigt. Eines der von Penrose entdeckten Mustern kann man aus zwei Rauten legen: dicke Rauten und dünne Rauten (siehe Abb. 1). Sie unterscheiden sich in den Winkeln, doch die Seiten sind alle gleich lang.

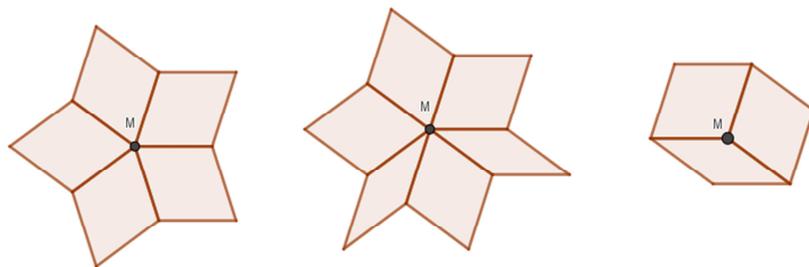
Abbildung 1:



Nun soll ein Parkett mit diesen Teilen ausgelegt werden. Man beginnt zunächst im Punkt M. Dort sollen die Ecken mehrerer Rauten zusammenstoßen (siehe Abb. 2). Das restliche Muster wird dann um diese Rauten herum ausgelegt.

**Klasse 5-Q3:** Finde mindestens 5 weitere Möglichkeiten das Muster zu beginnen. Lassen sich zwei Muster allein durch Drehen um M ineinander überführen, gelten sie als identisch.

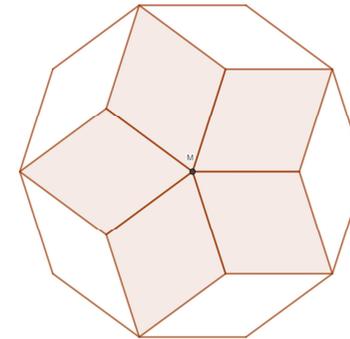
Abbildung 2: a) b) c)



[Hinweis: Es spielt keine Rolle, ob sich das Muster im gesamten Raum fortsetzen lässt. Probiere es mit der Formvorlage aus oder zeichne es auf.]

**Zusätzlich für Klasse 8-10:** Nun wurde zunächst mit fünf dicken Rauten begonnen, darum wurde ein Ring aus dünnen Rauten gelegt (siehe Abb.3).

Abbildung 3:



Der nächste Ring soll so gelegt werden, dass keine Lücken entstehen. Prüfe, ob der nächste Ring nur mit den dünnen Rauten gelegt werden kann, nur mit dicken oder auch mit beiden abwechselnd.

[Hinweis: Der neue Ring muss vollständig sein und muss den „inneren Kreis“ komplett umschließen. Zwei benachbarte Rauten des neuen Rings müssen also immer eine gemeinsame Kante haben. Wie der äußere Rand dann aussieht, spielt keine Rolle. Probiere es mit den Rauten in der Formvorlage aus oder zeichne es auf.]

**Nur Q3:** Formuliere allgemeine Regeln, wie man ausgehend von den abgebildeten Mustern a), b) und c) andere Startmuster erhalten kann. Kannst du mit Hilfe dieser Regeln abschätzen, wie viele Möglichkeiten es mindestens gibt? Welche Aspekte müssen berücksichtigt werden?

[Hinweise: - Welcher Zusammenhang besteht zwischen Muster a) und b)?  
- Zur Abschätzung der Möglichkeiten könnte eine Tabelle verwendet werden.]

Welchen Zusammenhang haben die Rauten mit einem regulären Fünfeck (einem Fünfeck mit gleich langen Seiten und gleichen Winkeln)?

Wer Lust bekommen hat, am Computer weitere Muster zu erzeugen, kann den Online Generator für Penrose Muster verwenden: <https://misc.0o0o.org/penrose/index.html>