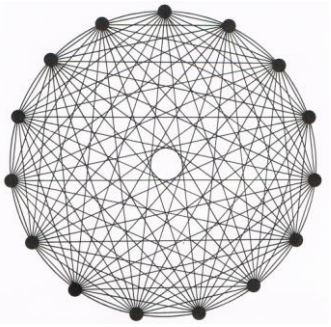

Problem des Monats

Fachschaft Mathematik

Dilthey

Problem des Monats Januar (2022) / Abgabetermin: 11.02.2022

Blaise Pascal war ein französischer Mathematiker, der im 17. Jahrhundert lebte. Er beschäftigte sich u.a. auch mit Physik und christlicher Philosophie. Nach ihm wurde beispielsweise die physikalische Einheit des Drucks und eine Programmiersprache benannt. Zudem hat er das Pascalsche Dreieck entdeckt, mit dem ihr euch in diesem Monat beschäftigen sollt.

Klasse 5-7: Aufgabe 1, 2, 3
Klasse 8-10: Aufgabe 1, 3 und 4
Klasse 11-13: Aufgabe 1, 4 und 5

Hier siehst du die ersten vier Zeilen des Pascalschen Dreiecks.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & 2 & & 1 & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \end{array}$$

1. Führe das Dreieck nach unten hin fort, bis es mindestens 10 Zeilen hat, und erläutere die Gesetzmäßigkeit.

2. Im Pascalschen Dreieck gibt es viele Teilbarkeitsmuster zu erkennen. Markiere alle Zahlen, die durch 2 teilbar sind, und alle, die durch 3 teilbar sind. Welche Eigenschaften haben die Zahlen, die nun doppelt markiert sind?

3. Untersuche das Pascalsche Dreieck auf Zahlenfolgen. Dabei kannst du z.B. auch Zahlen einer Zeile oder einer Diagonalen addieren oder multiplizieren.

Ein Beispiel für eine Zahlenfolge sind zum Beispiel die geraden Zahlen: 2, 4, 6, 8, 10, …

4. a) Berechne $(a+b)^2$, $(a+b)^3$ und $(a+b)^4$ und vergleiche die Lösungen mit dem Pascalschen Dreieck. Hier lässt sich eine Gesetzmäßigkeit finden.
b) Bestimme mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks die Formel für $(a+b)^8$.

Einen Tipp zu Aufgabe 4 findest du im QR-Code.

5. Warum kann die Zahl 11^n für $n \leq 4$ im Pascalschen Dreieck leicht abgelesen werden? Warum ist dies für $n \geq 5$ etwas komplizierter?
Tipp: Stelle die Zahl 11 als Summe zweier Zahlen dar.