

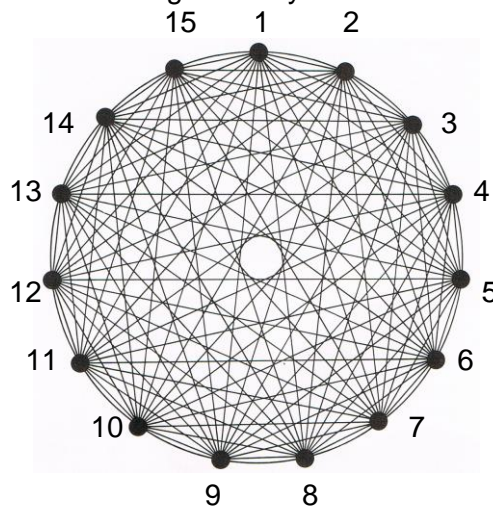
Problem des
Monats

Fachschaft
Mathematik

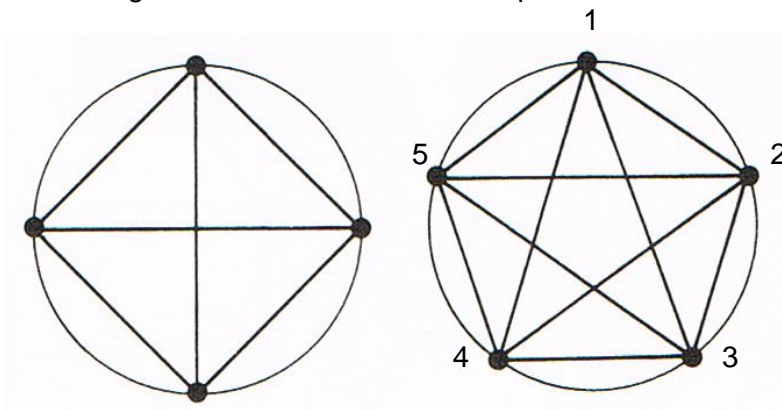


Problem des Monats März (2018) / Abgabetermin: 13.4.2018

Mystische Rosen entstehen, wenn gleichmäßig auf einem Kreis verteilte Punkte miteinander verbunden werden. Jeder Punkt wird mit jedem anderen Punkt durch eine gerade Linie verbunden. Dieses Bild zeigt eine mystische Rose mit 15 Punkten:



Die geraden Linien schneiden sich im Inneren der Rose in den sogenannten Schnittpunkten. Betrachtet man z.B. die Rose mit vier oder fünf Punkten auf dem Kreis (s. unten), kann man die geraden Linien und die Schnittpunkte noch ganz gut abzählen:
Im ersten Fall (vier Punkte auf dem Kreis, linkes Bild) gibt es sechs gerade Linien und einen Schnittpunkt (genau in der Kreismitte), im zweiten Fall (fünf Punkte auf dem Kreis, rechtes Bild) sind es bereits zehn gerade Linien und fünf Schnittpunkte.



Für die Klassen 5 bis 7:

- a) Zeichne, so genau es dir möglich ist, mit Zirkel, Geodreieck und gespitztem Bleistift eine mystische Rose mit acht Punkten auf dem Kreis.
(Tipp zum ordentlichen Zeichnen: Verwende für die Punkte keine runden Kreise (●), sondern Kreuzchen (x)!)
b) Stelle tabellarisch dar, wie viele gerade Linien es gibt, wenn die mystische Rose aus 2, 3, 4, 5, 6, 7 oder 8 Punkten auf dem Kreis besteht!
c) Wie viele Schnittpunkte hat die mystische Rose mit acht Punkten auf dem Kreis?

Für die Klassen 8 bis 10:

- a) Zeichne sehr sorgfältig mit Zirkel, Geodreieck und gespitztem Bleistift eine mystische Rose mit zehn Punkten auf dem Kreis!
(Tipp zum ordentlichen Zeichnen: Verwende für die Punkte keine runden Kreise (●), sondern Kreuzchen (x)!)
b) Löse den Teil b) für die Klassen 5 bis 7!
Versuche eine Gesetzmäßigkeit hinter der Anzahl der geraden Linien zu entdecken und bestimme damit die Anzahl der geraden Linien für eine mystische Rose mit 25 Punkten auf dem Kreis!
c) Wie viele Schnittpunkte hat die mystische Rose mit zehn Punkten auf dem Kreis?

Für die Klassen 11 bis 13:

- a) Zeichne sehr sorgfältig mit Zirkel, Geodreieck und gespitztem Bleistift eine mystische Rose mit zwölf Punkten auf dem Kreis!
(Tipp zum ordentlichen Zeichnen: Verwende für die Punkte keine runden Kreise (●), sondern Kreuzchen (x)!)
b) Löse den Teil b) für die Klassen 8 bis 10!
Stelle eine Formel auf für die Anzahl $A(n)$ der geraden Linien einer mystischen Rose, die aus n Punkten auf dem Kreis besteht. (Es ist also z.B. $A(4) = 6$)
Beantworte mithilfe dieser Formel systematisch (!!!) (d.h. nicht durch geschicktes Probieren) die Frage, für welche $n \in \mathbb{N}$ $A(n) > 2018$ bzw. $A(n) > 1000000$ ist.
c) Wie viele Schnittpunkte hat die mystische Rose mit zwölf Punkten auf dem Kreis?

Freiwilliges Zusatzproblem für alle Klassen (2 Punkte kann man hiermit gutmachen, wenn man bei dem „Pflichtproblem“ etwas falsch gemacht hat):

Eine Ameise befindet sich bei der mystischen Rose mit den 15 Punkten auf Punkt 1. Sie beabsichtigt alle geraden Linien in der Rose entlangzuwandern, also immer nur von Punkt zu Punkt, sie darf nicht etwa am Schnittpunkt innerhalb der Rose abbiegen. Auch möchte die Ameise keine gerade Linie zweimal entlangwandern.

Notiere einen möglichen Weg der Ameise!

(Hinweis: Ein möglicher Weg der Ameise bei der mystischen Rose mit 5 Punkten wäre z.B. $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$)