

Das „gewichtige“ Geburtstagsgeschenk

(Problem des Monats September, 2008 / Abgabe:
1.10.2008)



Alexandra und ihr Bruder Michael haben zum Geburtstag eine Balkenwaage und einen Wägesatz erhalten. Der Wägesatz enthält jeweils eines der folgenden Massen: ein 1-Gramm-Stück, ein 2-Gramm-Stück, ein 5-Gramm-Stück, ein 10-Gramm-Stück, ein 40-Gramm-Stück.

Nun wollen Alexandra und Michael sehr leichte Dinge abwiegen. Michael hat einen Brief und möchte herausfinden, wie schwer dieser ist. Dazu legt er den Brief auf die rechte Waagschale und Stücke aus dem Wägesatz auf die linke: das 10-Gramm-Stück, das 5-Gramm-Stück und das 2-Gramm-Stück. Jetzt ist die Waage im Gleichgewicht. „Aha“, ruft Michael, „mein Brief wiegt 17 Gramm!“

1. Welche Massen können Alexandra und Michael mit dieser Methode abwiegen, indem sie Wägestücke auf den linken Teil der Balkenwaage so lange legen, bis die Waage im Gleichgewicht ist? Lege hierzu eine Tabelle an und notiere, welche Wägestücke verwendet werden. Denke daran, dass nur die oben genannten fünf Wägestücke zur Verfügung stehen.

<u>Gewicht in Gramm</u>	<u>Wägestücke</u>
17	$10 + 5 + 2$

2. Alexandra hat erfahren, dass ihre Freundin Tina auch so einen Wägesatz hat. „Tina hat gesagt, dass sie auch fünf Wägestücke hat und damit auf die eben beschriebene Art alle Gewichte von 1 Gramm bis 31 Gramm abwiegen kann.“ Welchen Wägesatz hat Tina? Begründe deine Ansicht.
3. Der Vater von Alexandra und Michael hat einen Wägesatz aus 6 Wägestücken, der (wie bei Tina) optimal in dem Sinne ist, dass damit auf die eben beschriebene Art alle Gewichte bis zu einer Höchstgrenze abgewogen werden können und kein Wägesatz, der dasselbe kann, mehr wiegen kann. Welchen Wägesatz besitzt der Vater und wie weit kann er damit fortlaufend abwiegen? Begründe deine Ansicht.
4. Alexandra schlägt ihrem Bruder vor: „Schau mal, mit der Methode von eben konnten wir mit unserem Wägesatz 4-Gramm-Briefe nicht abwiegen. Wenn wir aber zu dem 4-Gramm-Brief das 1-Gramm-Stück legen und auf den linken Teil der Balkenwaage das 5-Gramm-Stück, haben wir auch ein Gleichgewicht. Auf diese Weise können wir mit unserem Wägesatz sogar manche Gewichte abwiegen, die wir mit der alten Methode nicht bestimmen konnten.“ Welche Massen können nun alle noch zusätzlich mit dem Wägesatz von Alexandra und Michael abgewogen werden? Auf beiden Seiten der Waage dürfen nun also Wägestücke liegen. Lege hier eine Tabelle wie bei 1. an.
5. Es gibt einen Wägesatz aus nur 5 Wägestücken, mit dem man mit dem in 4. beschriebenen Verfahren jedes Gewicht von 1 Gramm bis 121 Gramm abwägen kann. Finde diesen Wägesatz und erkläre dein Vorgehen bei der Suche dieses Wägesatzes.
6. Welches ist allgemein der optimale Wägesatz, damit man mit den wenigsten Wägestücken alle Gewichte abwiegen kann bis zu einer Höchstgrenze? Beantworte diese Frage für die Methoden aus 1. und 4. und begründe deine Antwort.

Wer die Höchstpunktzahl (10 Punkte) haben will, muss genau drei dieser sechs Aufgaben bearbeiten. Dabei ist für die Klassen 5 und 6 Aufgabe 1 Pflicht, für die Klassen 7 und 8 Aufgabe 3 Pflicht, für die Klassen 9 und 10 Aufgabe 5 Pflicht und für die Oberstufe Aufgabe 6 Pflicht. Welche zwei Aufgaben ihr zusätzlich macht, dürft ihr selbst entscheiden.