



Problem des  
Monats

Fachschaft  
Mathematik



**Problem des Monats November (Abgabe bis zum 9.12.2011)**

**Von Kaninchen und Schafen**

*Ausgewachsene Kaninchenpaare zeugen jeden Monat ein junges Kaninchenpaar. Zu Beginn eines Jahres gibt es nur ein junges Kaninchenpaar. Nach einem Monat sind diese beiden Tiere ausgewachsen, und nach zwei Monaten ist das reife Paar immer noch vorhanden und hat ein junges Paar gezeugt. Dieser Prozess der Reifung und Fortpflanzung soll anhalten. Erstaunlicherweise stirbt ein Kaninchenpaar nie.*

*(aus Liber Abaci von Leonardo von Pisa)*

**Für die Klassen 5-7:**

1. Zeichne einen Stammbaum für ein halbes Jahr, bei dem die Anzahl der Paare am Ende jeden Monats zu sehen sind. Stelle die jungen Paare durch einen offenen kleinen Kreis und die reifen Paare durch einen ausgefüllten Kreis dar.
2. Überprüfe, ob die Fortpflanzung der Kaninchenpaare folgender Grundgleichung genügt:  
$$\text{Anzahl nach } n \text{ Monaten} = \text{Anzahl nach } (n-1) \text{ Monaten} + \text{Anzahl nach } (n-2) \text{ Monaten.}$$
3. Ergänze die Anzahl der Kaninchenpaare bis zum Ende eines Jahres.

**Für die Klassen 8-10:**

1. Addiere bei der Zahlenfolge, die dabei entstanden ist, die ersten beiden Zahlen, damit ist das erste Glied einer neuen Zahlenfolge entstanden, nun zähle die ersten drei Zahlen zusammen, das ist das zweite Glied der neuen Zahlenfolge. Das dritte Glied der neuen Zahlenfolge ist die Summe der ersten vier Zahlen, usw. Berechne diese neue Zahlenfolge bis zum achten Glied.
2. Vergleiche die beiden Zahlenfolgen, was stellst Du fest?

**Für die Klassen 11-13:**

Die erste Zahlenreihe, die die Vermehrung der Kaninchenpaare beschreibt, hat noch eine weitere Eigenschaft:

1. Betrachte das Verhältnis aus einer Zahl und ihrem Vorgänger. Stelle dazu eine Tabelle auf, bei der die zweite Zahl durch die erste, die dritte durch die zweite usw. geteilt wird. Was stellst Du fest?
2. Berechne den Term:  $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  und vergleiche mit dem Ergebnis aus 1.

*Die Fortpflanzung einer Schafherde ist ähnlich zu berechnen, nur dass Schafe erst nach einem weiteren Monat geschlechtsreif werden.*

**Für die Klassen 5-7:** Zeichne einen ähnlichen Stammbaum wie bei den Kaninchen.

**Für die Klassen 8-10:** Wie lässt sich jetzt die Anzahl der Paare in einer Generation bestimmen? Gib hierzu eine Grundgleichung an!

**Für die Klassen 11-13:** Berechne das Verhältnis aus einer Zahl in der Schafsreihe mit ihrem Vorgänger. Gegen welche Zahl nähert sich dieses Verhältnis?

Viel Spaß!!!!