



**Problem des Monats NOVEMBER (2012) (Abgabe bis zum: 12.12.2012)**

**... für Kl. 5 bis 7**

In einer Prägeanstalt für Goldmünzen stehen 10 Säcke mit Goldmünzen. Alle Münzen sollten gleichermaßen jeweils 10 Gramm wiegen, aber in einem der Geldsäcke sind die Münzen gefälscht und wiegen nur 9 Gramm pro Stück. Es ist eine Waage vorhanden, die auf Gramm genau wiegt. Wie muss man vorgehen, um mit **einem einzigen Wiegevorgang** den Sack mit den falschen Münzen herauszufiltern?



**... für Kl. 8 bis Q3**

Als **Paradoxon von Achilles und der Schildkröte** wird einer von mehreren bekannten Trugschlüssen bezeichnet, die dem antiken griechischen Philosophen Zenon von Elea zugeschrieben werden. Darin wird versucht zu belegen, dass ein schneller Läufer wie Achilles bei einem Wettrennen eine Schildkröte niemals einholen könne, wenn er ihr einen Vorsprung gewähre. Der Gang des Arguments ist vergleichsweise folgender: Bevor Achilles die Schildkröte überholen kann, muss er zuerst ihren Vorsprung einholen. In der Zeit, die er dafür benötigt, hat die Schildkröte aber einen neuen, wenn auch kleineren Vorsprung gewonnen, den Achilles ebenfalls erst einholen muss. Ist ihm auch das gelungen, hat die Schildkröte wiederum einen – noch kleineren – Weg-Vorsprung gewonnen, und so weiter. Der Vorsprung, den die Schildkröte hat, werde zwar immer kleiner, bleibe aber dennoch immer ein Vorsprung, sodass sich der schnellere Läufer der Schildkröte zwar immer weiter nähert, sie aber niemals einholen und somit auch nicht überholen könne.



Verdeutliche dir die Argumentation von Zenon an einem Beispiel. Zeichne dir dazu eine Strecke von 10 cm auf mit einer „Start-Markierung“ bei 0 cm und einer „Ziel-Markierung“ bei 10 cm. Für das Beispiel nehmen wir an, dass die Schildkröte einen Vorsprung von 2,5 cm bekommt, d.h. Achilles läuft bei 0 cm los und die Schildkröte zeitgleich bei 2,5 cm. Wir nehmen außerdem an, dass Achilles genau doppelt so schnell wie die Schildkröte ist.

- a) Zeichne in einer Bildabfolge von mindestens 4 Bildern wie weit die Schildkröte jeweils gelaufen ist, wenn Achilles ihre letzte Position erreicht hat. Beschreibe, was dir dabei auffällt.
- b) Kannst du Zenons Paradoxon mittels deiner Überlegungen aus a) widerlegen? Bedenke dabei auch, was mit der Zeit passiert, welche Achilles und die Schildkröte für jeden Streckenabschnitt benötigen.

**... für E1 bis Q3**

Zeige, dass für jede ungerade natürliche Zahl  $n \geq 1$  gilt:

$$2n^3 + 5n^2 + 2n - 1 \text{ ist durch 8 teilbar.}$$