



Problem des
Monats

Fachschaft
Mathematik



Problem des Monats SEPTEMBER (2012)

Liebe Schülerinnen und Schüler der Diltheyschule,
das Problem des Monats (PdM) geht in die nächste Runde. Wir gratulieren den drei Siegern aus dem letzten Jahr:

Mara Heidelberg (5c), Charlotte Lammel (6d) und Katarina Schäfer-Petersen (6c).

Ebenfalls sehr gut abgeschnitten haben Christina Montero (5c), Isabel Kurth (5c), Susanne Ridder (5c), Luisa Unbescheiden (5e), Sabrina Hammel (7b), Michelle Knöpfel (9c) und Akino Yoshigaito (9c).

Die von euch in diesem Schuljahr gelösten Probleme sollen mit Name und Klasse versehen in den PdM-Briefkasten im Gang zur Chemie eingeworfen werden. Letzte Leerung des Briefkastens für das Septemberproblem ist am Mittwoch, 10. Oktober. Viel Spaß!

Hier ist nun das **Problem für den Monat September**:

In dem weit entfernten Land L-7-12 gibt es anders als bei uns nur Münzen, die 7 Ma und 12 Ma wert sind (Ma ist die Währung dieses Landes). Zu Beginn führte dies im Land L-7-12 zu großer Verwirrung, weil beim Einkaufen einige Beträge vom Kunden nicht passend bezahlt werden können. Mittlerweile haben sich aber alle Einwohner an ihre Währung gewöhnt und lieben sie.

Ein Geldbetrag heißt bezahlbar, wenn ein Kunde das Geld einem Verkäufer passend geben kann. Zum Beispiel ist der Geldbetrag 50 Ma bezahlbar, denn $50 \text{ Ma} = 14 \text{ Ma} + 36 \text{ Ma} = 2 \cdot 7 \text{ Ma} + 3 \cdot 12 \text{ Ma}$. Der Geldbetrag 20 Ma ist dagegen im Land L-7-12 nicht bezahlbar.

Für die Klassen 5-7:

1. Untersuche für alle Geldbeträge, die kleiner als 80 Ma sind, ob und gegebenenfalls wie sie im Land L-7-12 bezahlbar sind. Notiere deine Ergebnisse ausführlich, d.h. mit allen Rechnungen(s. Beispiel). Welches scheint der kleinste Geldbetrag zu sein, von dem ab alle weiteren Geldbeträge im Land L-7-12 problemlos bezahlbar sind?

2. Es gibt selbstverständlich nicht nur das Land L-7-12, sondern auch Nachbarländer, die ebenfalls zwei Münzen haben (aber andere Werte). So gibt es z.B. im Land L-2-4 nur die Münzen 2 Ma und 4 Ma, im Land L-45-770 nur die beiden Münzen mit den Werten 45 Ma und 770 Ma.

Finde alle Länder, in denen alle Geldbeträge ab 20 Ma bezahlbar sind, der Geldbetrag 19 Ma allerdings nicht bezahlt werden kann. (Lösungsweg !!!)

Für die Klassen 8-10:

1. Untersuche für alle Geldbeträge, die kleiner als 100 Ma sind, ob und gegebenenfalls wie sie im Land L-6-19 bezahlbar sind. Notiere deine Ergebnisse ausführlich, d.h. mit allen Rechnungen(s. Beispiel). Welches scheint der kleinste Geldbetrag zu sein, von dem ab alle weiteren Geldbeträge im Land L-6-19 problemlos bezahlbar sind? Begründe deine Vermutung mathematisch!

2. Finde alle Länder, in denen alle Geldbeträge ab 30 Ma bezahlbar sind, der Geldbetrag 29 Ma allerdings nicht bezahlt werden kann. (Lösungsweg !!!)

Für die Klassen 11-13:

In Ländern L-n-(n+1) mit $n \in \mathbb{N}$ gibt es jeweils die Geldbeträge n und n+1. Der kleinste Geldbetrag g (in Abhängigkeit von n), von dem ab alle weiteren Geldbeträge mit den beiden Münzen n und n+1 bezahlbar sind, ist $g = n^2 - n$. Beweise dies allgemein für n.

Zeige hierzu erstens für alle n, dass der Geldbetrag g-1 nicht bezahlbar ist, und zweitens für alle n, dass alle Beträge ab g bezahlbar sind.