

G	A	U	S	S
+	R	I	E	S
E	U	K	L	I

Problem des
Monats

Fachschaft
Mathematik



Problem des Monats Mai/Juni (2014) / Abgabetermin: 27.6.2014

Liebe Schülerinnen und Schüler,
etwas verspätet erscheint nun das Problem des Monats Mai/Juni.
Es ist das letzte in diesem Schuljahr.
Viel Spaß dabei!

Der **Zahlencomputer Z-2014** (s. Bild bei den Beispielen) arbeitet nach folgendem Prinzip:

Ein Benutzer gibt eine Zahl per Tastatur in den Computer ein und drückt die Starttaste. Die eingegebene Zahl bleibt noch 5 Sekunden auf dem Bildschirm zu sehen, dann erscheint auf dem Computer eine neue Zahl.

- Stand vorher eine gerade Zahl auf dem Bildschirm, erscheint jetzt 5 Sekunden lang die Hälfte dieser Zahl und ein A.
- Stand vorher eine ungerade Zahl auf dem Bildschirm (außer der 1), erscheint jetzt 5 Sekunden lang die Summe aus der Zahl 1 und dem Dreifachen der ungeraden Zahl sowie der Buchstabe B.
- Stand aber vorher die Zahl 1 auf dem Bildschirm, so erscheint nun das Wort „Ende“ und der Computer schaltet sich nach 5 Sekunden aus.

Hier zwei Beispiele:

1007					A
1	2	3	4	5	
6	7	8	9	0	
S		T		A	
R		T			

1.) Michael gibt 2014 ein und drückt die Starttaste. Jeweils 5 Sekunden lang sieht er:

2014 → 1007 A → 3022 B → 1511 A → 4534 B

und so geht weiter, bis nach einer ganzen Weile (genau genommen: nach 8 Minuten) Ende auf dem Bildschirm erscheint und der Computer sich ausschaltet.

2.) Michael gibt 10 ein und drückte die Starttaste. Jeweils 5 Sekunden lang sieht er:

10 → 5 A → 16 B → 8 A → 4 A → 2 A → 1 A → Ende

Diese Pfeilkette nennt man Bildschirmfolge.

Der Computer schaltet sich also 40 Sekunden, nachdem die Starttaste gedrückt wurde, aus.

Für die Klassen 5 und 6:

1. Erstelle die Bildschirmfolgen, wenn Michael die Zahl 75 bzw. die Zahl 81 eingibt. Nach wie vielen Sekunden nach Betätigen der Starttaste schaltet sich der Computer aus?
2. Thomas blickt 32 Sekunden, nachdem Michael die Starttaste gedrückt hat, auf den Bildschirm und sieht die Anzeige $\boxed{17} \boxed{A}$. Finde alle Zahlen, die Michael vor 32 Sekunden eingegeben haben könnte, und stelle deinen Lösungsweg verständlich dar.
3. Michael gibt eine Zahl ein und drückt die Starttaste. Im selben Moment geht der Bildschirm teilweise kaputt und zeigt nun nicht mehr die Zahl und den Buchstaben, sondern lediglich den Buchstaben an. Statt der Zahl erscheint das Zeichen -. Thomas betritt den Raum, bleibt dort 28 Sekunden lang und sieht währenddessen die Bildschirmfolge:

$\boxed{} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A}$

Thomas ist das zu langweilig und verlässt den Raum. Später interessiert es ihn aber doch, welche Zahl Michael eingegeben haben könnte.

Finde alle Zahlen zwischen 1 und 30, die Michael eingegeben haben könnte, und stelle die Bildschirmfolgen dieser Zahlen vollständig dar.

Für die Klassen 7 und 8:

1. Löse die Aufgabe 1 der Klassen 5 und 6.
2. Thomas blickt 43 Sekunden, nachdem Michael die Starttaste gedrückt hat, auf den Bildschirm und sieht die Anzeige $\boxed{29} \boxed{A}$. Finde alle Zahlen, die Michael vor 43 Sekunden eingegeben haben könnte, und stelle deinen Lösungsweg verständlich dar.
3. Michael gibt eine Zahl ein und drückt die Starttaste. Im selben Moment geht der Bildschirm teilweise kaputt und zeigt nun nicht mehr die Zahl und den Buchstaben, sondern lediglich den Buchstaben an. Statt der Zahl erscheint das Zeichen -. Thomas betritt den Raum, bleibt dort 28 Sekunden lang und sieht währenddessen die Bildschirmfolge:

$\boxed{} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-A}$

Thomas ist das zu langweilig und verlässt den Raum. Später interessiert es ihn aber doch, welche Zahl Michael eingegeben haben könnte.

Finde alle Zahlen zwischen 1 und 30, die Michael eingegeben haben könnte, und stelle die Bildschirmfolgen dieser Zahlen in diesen ersten 30 Sekunden dar.

Formuliere eine Vermutung, welche Eigenschaft alle Zahlen haben, die zu der Bildschirmfolge $\boxed{} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-A}$ führen.

Bestätige deine Vermutung, indem du zwei Zahlen, die größer als 100 sind, darauf testest, dass sie der Bildschirmfolge genügen.

Für die Klassen 9 und 10:

1. Löse die Aufgaben 1 und 2 der Klassen 7 und 8.
2. Michael gibt eine Zahl ein und drückt die Starttaste. Im selben Moment geht der Bildschirm teilweise kaputt und zeigt nun nicht mehr die Zahl und den Buchstaben, sondern lediglich den Buchstaben an. Statt der Zahl erscheint das Zeichen -. Thomas betritt den Raum, bleibt dort 33 Sekunden lang und sieht währenddessen die Bildschirmfolge:

$\boxed{} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A}$

Thomas ist das zu langweilig und verlässt den Raum. Später interessiert es ihn aber doch, welche Zahl Michael eingegeben haben könnte.

Finde alle Zahlen zwischen 1 und 40, die Michael eingegeben haben könnte, und stelle die Bildschirmfolgen dieser Zahlen in diesen ersten 30 Sekunden dar.

Formuliere eine Vermutung, welche Eigenschaft alle Zahlen haben, die zu der Bildschirmfolge $\boxed{} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A} \rightarrow \boxed{-B} \rightarrow \boxed{-A}$ führen.

Beweise deine Vermutung.

Für die Klasse 11 und 12:

1. Löse Aufgabe 2 der Klassen 9 und 10.
2. Finde die Startzahl zwischen 1 und 2014 mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms, bei der es nach Betätigen der Starttaste am längsten dauert, bis sich der Computer abschaltet. Erkläre dein Programm ausführlich.