



Problem des  
Monats

Fachschaft  
Mathematik



**Problem des Monats Januar (2016) / Abgabetermin: 08.02.2016**

Hier ist nun das **Problem für den Monat Januar**: Es geht um das **Binärsystem**.

Bestimmt hast du schon einmal gehört, dass ein Computer intern ausschließlich mit den Zahlen 0 und 1 arbeitet. Wie ist das möglich? Um dieses Binärsystem (Binär bedeutet „aus zwei Teilen bestehen“) zu verstehen, musst du dich mit Potenzen auskennen. Hier zur Wiederholung:

**Potenz:** Eine Potenz ist eine Kurzschreibweise für eine Multiplikation. Dabei gibt der Exponent an, wie oft die Basis mit sich selbst multipliziert wird. Beispiele:

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \quad (\text{Basis: } 2; \text{ Exponent: } 3; \text{ gesprochen: „2 hoch 3“})$$

$$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100.000 \quad (\text{Basis: } 10; \text{ Exponent: } 5; \text{ gesprochen: „10 hoch 5“})$$

Besonderheit: Beträgt der Exponent 0, so ist das Ergebnis unabhängig von der Basis immer eins:  $2^0 = 1$     $5^0 = 1$     $10^0 = 1$     $1000^0 = 1$

Bei unseren „normalen“ Zahlen gibt es die Ziffern 0 bis 9 und alles wird auf die Basis 10 bezogen: Zum Beispiel kann man die Zahl 423 umschreiben in  $423 = 4 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1 = 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$ . Dies nennt man das sogenannte Dezimalsystem und kennzeichnet es durch eine kleine 10 im Index:  $6750_{10} = 6 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0$

Im Binärsystem (Index 2) gibt es nur die Ziffern 0 und 1 und alles wird auf die Basis 2 bezogen:

Die Zahl  $101_2$  bedeutet dann  $101_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ .

Möchte man nun eine Zahl aus dem Binärsystem in das Dezimalsystem umrechnen, rechnet man den Term einfach aus:  $101_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 5_{10}$    Also:  $101_2 = 5_{10}$

**Für die Klassen 5-6:**

a) Schreibe die Zahlen  $111_2$ ,  $1010_2$ ,  $10110_2$  in das Dezimalsystem um. Welchen Buchstaben entsprechen sie, wenn man das Alphabet im Dezimalsystem einfach durchnummeriert (A:0<sub>10</sub>, B:1<sub>10</sub>, C:2<sub>10</sub>, D:3<sub>10</sub>, ...)?

b) Sheldon hat mal wieder einen Witz gemacht, den Penny nicht verstanden hat. Erkläre ihn Penny ausführlich.



Bildquelle:  
[http://img1.wikia.nocookie.net/\\_c\\_b20120627135806/bigbangtheory/de/images/2/2b/Tbtt-sheldon-and-penny-8069864-450-300.jpg](http://img1.wikia.nocookie.net/_c_b20120627135806/bigbangtheory/de/images/2/2b/Tbtt-sheldon-and-penny-8069864-450-300.jpg)

### Umrechnung von Dezimalsystem in das Binärsystem:

Beispiel:  $26_{10}$  soll umgerechnet werden in das Binärsystem.

$26:2=13$  Rest 0. Der Rest 0 ist dann die  $2^0$ -Ziffer der Binärdarstellung.

$13:2=6$  Rest 1. Der Rest 1 ist dann die  $2^1$ - Ziffer der Binärdarstellung.

$6:2=3$  Rest 0. Der Rest 0 ist dann die  $2^2$ - Ziffer der Binärdarstellung.

$3:2=1$  Rest 1. Der Rest 1 ist dann die  $2^3$ - Ziffer der Binärdarstellung.

$1:2=0$  Rest 1. Der Rest 1 ist dann die  $2^4$ - Ziffer der Binärdarstellung.

Also:  $26_{10}=1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 11010_2$

### **Für die Klassen 7-9:**

a) Sheldon hat mal wieder einen Witz gemacht, den Penny nicht verstanden hat. Erkläre ihn Penny ausführlich.

b) Wir nummerieren das Alphabet im Dezimalsystem durch (A: $0_{10}$ , B: $1_{10}$ , C: $2_{10}$ , D: $3_{10}$ , ...).  
Schreibe deinen Vornamen in der Binärdarstellung.

### **Für die Klassen 10-12:**

a) Löse die Aufgaben für die Klasse 7-9.

b) Erläutere wie viele Zahlen/Buchstaben/Symbole man mit einer sechsstelligen Binärdarstellung (000000, 000001, 000011, ...) darstellen kann. Wie viele Möglichkeiten gibt es bei n Stellen?

*Viel Spaß beim Rechnen!!!*