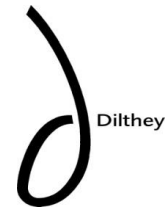


Problem des Monats
 Fachschaft
 Mathematik

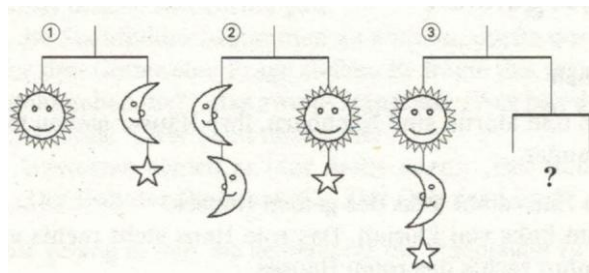


Problem des Monats Februar (2017) / Abgabetermin: 15.3.2017

Für die 5. bis 7. Klasse

Carola baut kleine Mobiles aus den Figuren Sonne, Mond und Sterne, die sie vorher ausgeschnitten hat. Zwei Mobiles hat sie schon fertiggestellt (siehe Abbildung 1 und 2). Nun möchte sie ein etwas größeres Mobile bauen. Eine Seite ist schon fertig, die andere Seite muss noch bestückt werden. Allerdings hat Carola nur noch einen Mond und sieben Sternfiguren übrig.

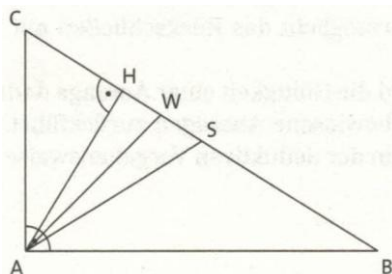
Wie kann sie die rechte Seite so einrichten, dass auch das Mobile (3) im Gleichgewicht ist? (Das Gewicht der Stangen und Schnüre ist zu vernachlässigen.)



Für die 8. bis 10 Klasse

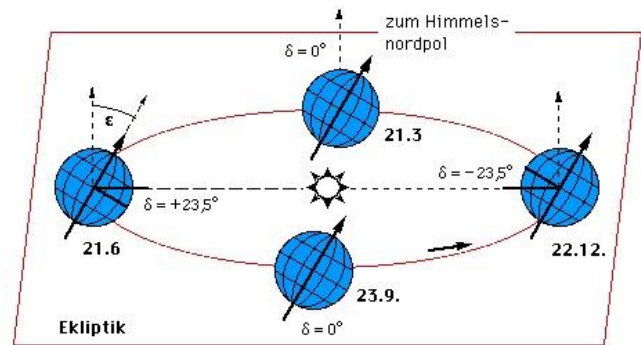
Im rechtwinkligen Dreieck ABC ($\sphericalangle BAC = 90^\circ$) seien AS die Seitenhalbierende, AW die Winkelhalbierende und AH die Höhe.

Zeige, dass AW auch Winkelhalbierende von $\sphericalangle SAH$ sein muss.



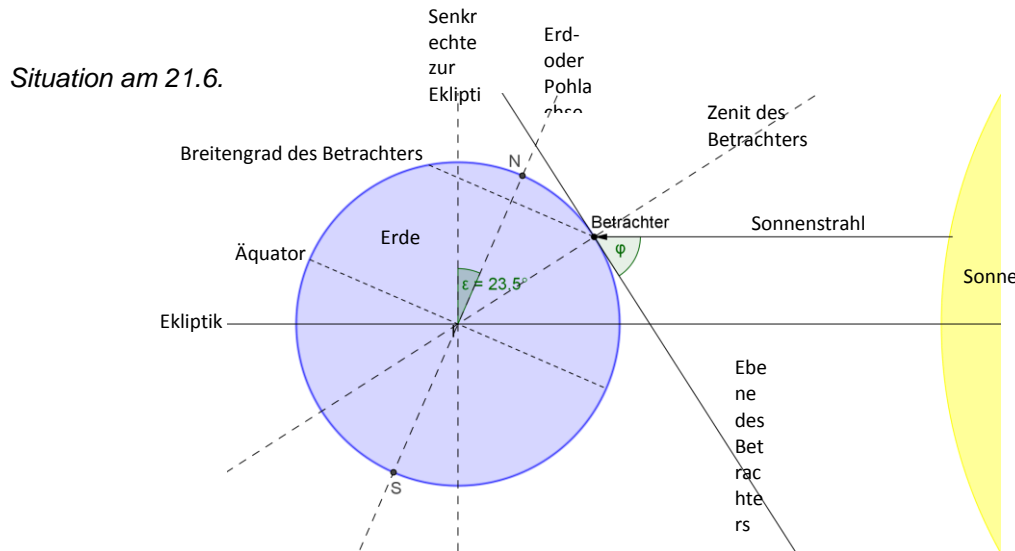
Oberstufe (ab E-Phase bzw. 11-te Klasse)

Am 21.12. (Wintersonnenwende) ist für die Erd-Bewohner der Nordhemisphäre die längste Nacht. Die Ursache für dieses Phänomen ist in folgendem begründet: Die Erde bewegt sich bekanntlich auf einer Umlaufbahn um die Sonne. Die gedachte Ebene, in der diese Umlaufbahn liegt, wird *Ekliptik* genannt. Die Drehachse der Erde (auch *Erd- oder Pohlachse* genannt) steht nun nicht senkrecht zur Ekliptik, sondern schließt mit der Senkrechten zur Ekliptik einen Winkel von $\varepsilon = 23,5^\circ$ ein.



Das hat zur Folge, dass im Verlauf einer Drehung der Erde um die Sonne (d.i. ein Jahr) die Nordhemisphäre einmal der Sonne zugeneigt ist, d.h. die Sonne verläuft länger und höher über dem Horizont (Sommer) und eine halbe Umlaufbahn später (d.i. ein halbes Jahr) ist die Nordhemisphäre der Sonne abgeneigt, d.h. die Sonne verläuft kürzer und niedriger über dem Horizont (Winter).

Den größten scheinbaren Abstand der Sonne zum Horizont, nennt man Mittags-Höhe. Dieser wird in Grad angegeben, weil es der maximale Einfallswinkel φ ist, den die Sonnenstrahlen mittags mit der gedachten Ebene des Betrachters einschließen.



Für die folgenden Berechnungen wird vereinfacht vorausgesetzt, dass ein Jahr 360 Tage hat und ein Monat 30 Tage. Ferner gehen wir vereinfacht davon aus, dass die Wintersonnenwende am 21.12., die Tag-Nacht-Gleiche im Frühling am 21.3., die Sommersonnenwende am 21.6. und die Tag-Nacht-Gleiche im Herbst am 21.9. sind.

Max wohnt in Mainz, das bekanntlich auf dem 50. nördlichen Breitenkreis liegt (d.h. 50° N). Es ist gerade der 21. Dezember und die Weihnachtsferien haben begonnen. Max mag die dunkle Jahreszeit nicht und träumt von helleren und wärmeren Tagen.

- Max würde gerne wissen, welche Mittags-Höhe (Einfallswinkel φ) die Sonne am 21. Dezember über Mainz erreicht und welche Mittagshöhe die Sonne dagegen am 21. Juni über Mainz erreichen würde.
- Max hat am 21.2. (60 Tage nach der Wintersonnenwende) Geburtstag. Welche Mittagshöhe wird wohl die Sonne an seinem Geburtstag erreichen?
- Max hat die Nase voll und beschließt spontan, Richtung Süden auf eine der Kanarischen Inseln zu fliegen (ca. $28,5^\circ$ N). Wie viele Tage nach dem 21.12. würde Mainz denselben Sonnenstand erreichen, wie die Kanaren am 21.12.?

Tipp: Verwende eine geeignete trigonometrische Funktion $\varphi(t)$.