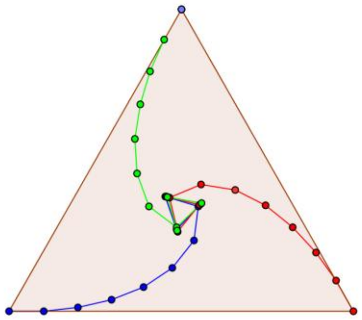


Problem des Monats

Fachschaft Mathematik

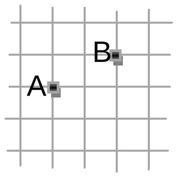
Dilthey

Problem des Monats April (2017) / Abgabetermin: 19.05.2017

Taxigeometrie

In der Taxigeometrie besteht die Ebene nur aus den Schnittpunkten eines quadratischen Netzes („Gitterpunkte“). Für Zeichnungen wählen wir am besten ein solches quadratisches Netz wie es das gewöhnliche karierte Papier ist (Einheit = 5mm).
Die meisten Begriffe lassen sich aus der „normalen“ uns geläufigen Geometrie in die Taxigeometrie übersetzen, dabei treten aber oft andere Gesetze auf.
Eine taxigeometrische Gerade besteht aus unendlich vielen Punkten die auf einer gewöhnlichen Geraden liegen, z.B.: . . . .

Benachbarte Punkte einer Geraden haben denselben Abstand. Sie dürfen nur in Gedanken verbunden werden, höchstens aber durch eine Hilfslinie, diese Hilfslinie gehört nicht zur Taxigeometrie. (Beispielsweise könnte man auf dem Karopapier die hellgrauen Karolinien als Hilfslinien nutzen.)



Als kürzeste Entfernung zweier Punkte, dem Taxigeometrie-Abstand, gilt nur die auf den Netzstrecken gemessene! So ist z.B. der Abstand der Punkte A und B gleich 3. (Von A aus geht man entweder zwei Gitterpunkte nach rechts und einen nach oben ODER einen nach rechts, dann einen nach oben und nochmal einen nach rechts ODER einen nach oben und zwei nach rechts; somit geht man in allen drei Fällen drei Einheiten und der Abstand ist drei.)

Eben von dieser Eigenschaft hat die Taxigeometrie ihren Namen bekommen. Es gibt Städte (zumindest Stadtviertel), in denen die Straßen ein quadratisches Netz bilden. Ein Taxifahrer kann dann zwischen zwei (nicht unmittelbar benachbarten Kreuzungen mehrere gleichlange und kürzeste Wege wählen.

Als erster hat sich ein Lehrer Einsteins, Hermann Minkowski (1864-1909) mit der Taxigeometrie beschäftigt.

Für die Klassenstufen 5-7:

a) Zeichne zwei parallele Taxigeometrie-Geraden und zwei sich schneidende (mit Schnittpunkt S). Zeichne zwei nicht parallele Geraden, die sich zwar kreuzen, jedoch keinen Schnittpunkt haben.

b) In einem rechtwinkligen Koordinatensystem bilden alle Gitterpunkte die Taxigeometrie-Punkte der Ebene. Gegeben sind die Punkte O(0/0) und A(5/1)
Bestimme den Taxigeometrie-Abstand dieser Punkte.
Bestimme die Anzahl der Arten, auf der der Abstand gemessen werden kann. Zeichne diese (in getrennten Figuren ohne Koordinatensystem).
Bestimme den Taxigeometrie-Abstand der Punkte O(0/0) und B(2/3). Bestimme die Anzahl der Möglichkeiten die zur Messung bestehen. Zeichne sie.

Für die Klassenstufe 8-10:

a) In einem rechtwinkligen Koordinatensystem bilden alle Gitterpunkte die Taxigeometrie-Punkte der Ebene. Gib den Abstand der Punkte C(x/y) und D(u/v) an. (Alle Koordinaten sind ganzzahlig). (Tipp: es fällt leichter wenn man vorher die Aufgabe b) für die Klassenstufe 5-7 zeichnet/bestimmt.)

b) Es gibt viele Absonderlichkeiten in der Taxigeometrie: Man kann z.B. alle aus der „normalen“ Geometrie bekannten Dreiecks-Formen in der Taxigeometrie zeichnen, nur das gleichseitige Dreieck nicht. Besonderheiten weisen auch Quadrat und Rechteck auf:
Ein Taxigeometrie-Quadrat kann einen Mittelpunkt M (Schnittpunkt der Diagonalen) haben oder aber keinen Mittelpunkt. Zeichne je ein Beispiel.
Zeichne ein Rechteck, das nur eine Diagonale und keinen Mittelpunkt besitzt. (Eine Diagonale soll nicht nur aus den Endpunkten bestehen.)

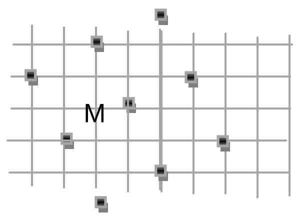
c) Eine kuriose Taxigeometrie-Figur ist der Kreis, denn er ist nicht rund! Er besitzt dieselbe Definition wie in der „normalen“ Geometrie: Alle Punkte eines Taxigeometrie-Kreises haben von einem festen Punkt, dem Mittelpunkt M den gleichen Abstand r (Taxigeometrie-Radius).
Nimm M an und zeichne einen Taxigeometrie-Kreis mit dem Radius 3.
Bestimme die Anzahl der Punkte aus denen der Umfang U besteht.
Bestimme die Länge von U.
Bestimme die Anzahl der Radien dieses Kreises.

Für die Klassenstufen E-Q3:

Eine kuriose Taxigeometrie-Figur ist der Kreis, denn er ist nicht rund! Er besitzt dieselbe Definition wie in der „normalen“ Geometrie: Alle Punkte eines Taxigeometrie-Kreises haben von einem festen Punkt, dem Mittelpunkt M den gleichen Abstand r (Taxigeometrie-Radius). (s. auch Klasse 8-10).

a) Stelle in einer Tabelle Punktanzahl und Länge vom Umfang U als Funktion von r=1,2,3,4 und n auf. Welchen Wert (nach der üblichen Definition, d.h. U=$2\pi r$) hat die Kreiszahl Taxigeometrie-π für einen Taxigeometrie-Kreis?

b) Quadrate und Kreise sehen in der Taxigeometrie gleich aus. Trotzdem gibt es mindestens ein deutliches Unterscheidungsmerkmal; Bestimme es.
Ist die in der rechten Abbildung dargestellte Figur ein Taxigeometrie-Kreis oder ein Taxigeometrie-Quadrat?
Es gibt höchstens einen Taxigeometrie-Kreis der auch als Quadrat aufgefasst werden kann. Bestimme diesen Kreis.



c) In der „normalen“ Geometrie können zwei Kreise sechs verschiedene Lagen zueinander haben. Für Taxigeometrie-Kreise fällt eine aus (nämlich die innere Berührung), dafür gibt es aber eine andere besondere Lage: Zwei Kreise berühren sich (von innen oder von außen) in mehr als einem Punkt. Zwei Kreise überkreuzen sich ohne Schnittpunkte. Zeichne je ein Beispiel.